全品高考

第二轮专题 数学

作业手册

万里之行始于原点

青春轨迹岂止平面

物流码 QPG0001255

责任编辑：张 晨

封面设计：唐思羽

ISBN 978-7-5724-0195-4

定价：26.84元（含“特色专项”）

云发改价格审 [2024] 023

绿色印刷产品

服务热线：4000-555-100

CONTENTS 目录

一、单项选择题

1. [2024·江苏南京二模] 为了得到函数 $y=\sin\left(2x+\frac{\pi}{3}\right)$ 的图象，只要把函数 $y=\sin 2x$ 的图象上所有的点　　(　　)

A. 向左平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度

B. 向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度

C. 向右平移$\frac{\pi}{6}$个单位长度

D. 向右平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度

2. [2024·新课标Ⅰ卷] 已知 $\cos(\alpha+\beta)=m$，$\tan\alpha\cdot\tan\beta=2$，则 $\cos(\alpha-\beta)=$　　(　　)

A. $-3m$　　B. $-\frac{m}{3}$

C. $\frac{m}{3}$　　D. $3m$

3. [2024·陕西安康模拟] 已知 $\sin\left(\alpha+\frac{\pi}{8}\right)=\frac{2}{3}$，则 $\cos\left(2\alpha-\frac{3\pi}{4}\right)=$　　(　　)

A. $\frac{2}{3}$　　B. $-\frac{2}{3}$

C. $\frac{1}{9}$　　D. $-\frac{1}{9}$

4. 已知函数 $f(x)=2\cos x\cdot\cos\left(x-\frac{\pi}{3}\right)$，则 $f(x)$ 的图象　　(　　)

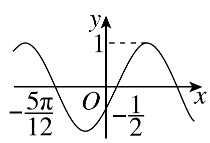
A. 关于直线 $x=\frac{2\pi}{3}$ 对称

B. 关于直线 $x=\frac{5\pi}{6}$ 对称

C. 关于点$\left(\frac{\pi}{12},\frac{1}{2}\right)$中心对称

D. 关于点$\left(-\frac{\pi}{12},0\right)$中心对称

5. [2024·四川成都模拟] 已知函数 $f(x)=\sin(\omega x-\varphi)\left(\omega>0,0<\varphi<\frac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则下列结论正确的是　　(　　)



A. 当 $x\in\left(\frac{2\pi}{3},\pi\right)$ 时，$f(x)$ 的最小值为$-\frac{\sqrt{3}}{2}$

B. $f(x)$ 在区间$\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right]$上单调递增

C. $f(x)$ 的最小正周期为 2π

D. $f(x)$ 的图象关于直线 $x=\frac{\pi}{3}$ 对称

6. $\frac{\sin 80^\circ+\cos 50^\circ}{\sin 25^\circ}-\frac{\sqrt{6}}{2\tan 25^\circ}=$　　(　　)

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$　　B. $\frac{\sqrt{5}}{2}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

7. [2024·山东滨州二模] 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$在$[0,2\pi]$上有且仅有 4 个零点,直线 $x=\frac{\pi}{6}$为函数 $f(x)$的图象的一条对称轴,则 $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=$ ( )

A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\frac{1}{2}$

C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

8. [2024·浙江宁波模拟] 已知函数 $f(x)=2\cos^2\omega x+\sin 2\omega x-1(\omega>0)$,若 $f(x_1)=f(x_2)=\frac{\sqrt{2}}{2}(x_1\neq x_2)$,$|x_1-x_2|$的最小值为$\frac{2\pi}{3}$,则 $\omega=$ ( )

A. $\frac{1}{2}$　　B. 1

C. 2　　D. 3

二、多项选择题

9. [2024·山东青岛二模] 已知函数 $f(x)=\sin x\cdot|\cos x|$,则 ( )

A. $f(x)$是奇函数

B. $f(x)$的最小正周期为 π

C. $f(x)$的最小值为$-\frac{1}{2}$

D. $f(x)$在$\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$上单调递增

10. [2024·四川成都模拟] 设函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{5}\right)(\omega>0)$,已知 $f(x)$在$[0,2\pi]$上有且仅有 5 个零点,则下列结论中正确的是 ( )

A. ω 的取值范围是$\left[\frac{12}{5},\frac{29}{10}\right)$

B. $f(x)$在$(0,2\pi)$上有且仅有 3 个最高点

C. $f(x)$在$(0,2\pi)$上有且仅有 2 个最低点

D. $f(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{10}\right)$上单调递增

11. 已知 $f(x)=\cos\omega x+\sqrt{3}\sin\omega x(\omega>0)$在$[0,\pi]$上是单调函数,且 $f(x)$的图象关于点$(-\pi,0)$中心对称,则下列说法正确的是 ( )

A. 若$|f(x_1)-f(x_2)|=4$,则$|x_1-x_2|_{\min}=6\pi$

B. $f(x)$的图象的一条对称轴为直线 $x=2\pi$

C. 函数 $f(x)$在$(-\pi,5\pi)$上无零点

D. 将 $f(x)$的图象向左平移 π 个单位长度后得到的新图象对应的函数为偶函数

三、填空题

12. [2024·陕西商洛模拟] 若 $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$,$\cos\left(\alpha+\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{3}$,则 $\cos\left(\alpha-\frac{\pi}{12}\right)=$________.

13. 已知函数 $f(x)=\sin\left(\omega x+\frac{\pi}{6}\right)(\omega>0)$,将 $f(x)$的图象上所有的点向左平移$\frac{\pi}{3}$个单位长度,纵坐标不变,得到 $g(x)$的图象.若 $g(x)$是偶函数,$f(x)$在$\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$上恰有 2 个零点,则 $\omega=$________.

14. 已知 α,β 均为锐角,且满足$\frac{\sin(\alpha-\beta)}{\sin\beta}=2\cos\alpha$,则 $\alpha-\beta$ 的最大值为________.

一、单项选择题

1. [2023·哈尔滨模拟] 已知向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2$, $\boldsymbol{b}=(3,0)$, $|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{10}$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 在向量 $\boldsymbol{b}$ 方向上的投影向量为 (　)

A. $\left(\frac{1}{6},0\right)$　B. $\left(\frac{1}{3},0\right)$

C. $\left(\frac{1}{2},0\right)$　D. $(1,0)$

2. 若 $|\boldsymbol{a}|=1$, $|\boldsymbol{b}|=2$, $(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{a}$，则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 (　)

A. 30°　B. 60°

C. 120°　D. 150°

3. [2024·江西新余二模] 已知 $\boldsymbol{a}=(\sqrt{3},2\sqrt{3})$, $\boldsymbol{b}=(-\sqrt{3},\lambda)$，若 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为 $\frac{2\pi}{3}$，则 $\lambda=$ (　)

A. -1　B. 1

C. ±1　D. ±2

4. [2024·江苏泰州模拟] 在平行四边形 $ABCD$ 中，$A=45^\circ$, $AB=1$, $AD=\sqrt{2}$，若 $\overrightarrow{AP}=\overrightarrow{AB}+x\overrightarrow{AD}(x\in\mathbf{R})$，则 $|\overrightarrow{AP}|$ 的最小值为 (　)

A. $\frac{1}{2}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. 1　D. $\sqrt{2}$

5. [2024·陕西安康模拟] 已知菱形 $ABCD$ 的边长为 2, $\angle DAB=60^\circ$，以 D 为圆心作圆，圆 D 与 AB 相切于点 E，圆 D 与 CD 相交于点 Q，则 $\frac{\overrightarrow{AQ}\cdot\overrightarrow{AE}}{|\overrightarrow{AE}|}=$ (　)

A. $\sqrt{3}+1$　B. $\sqrt{3}-1$

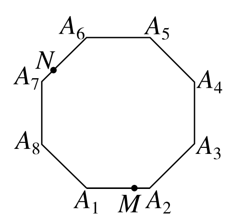
C. $2\sqrt{3}+1$　D. $2\sqrt{3}-1$

6. [2024·沈阳三模] 已知非零向量 $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}+3\boldsymbol{b}|=|3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|$, $|\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{a}+2\boldsymbol{b}\rangle=|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|\cos\langle\boldsymbol{a},2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}\rangle$，则 $\cos\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}\rangle=$ (　)

A. $\frac{1}{3}$　B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$　D. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

7. 如图，已知点 N 在边长为 2 的正八边形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6A_7A_8$ 的边上，点 M 在边 A_1A_2 上，则 $\overrightarrow{A_1M}\cdot\overrightarrow{A_1N}$ 的取值范围是 (　)



A. $[-4-2\sqrt{2},2\sqrt{2}]$　B. $[-4,4+2\sqrt{2}]$

C. $[-2\sqrt{2},4+2\sqrt{2}]$　D. $[-2\sqrt{2},4]$

8. ［2024·包头模拟］已知 O 是△ABC 所在平面内一点，且$|\overrightarrow{AB}|=2$，$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{AC}=-1$，$\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{AC}=1$，则∠$ABC$ 的最大值为 (　　)

A. $\frac{\pi}{6}$　　B. $\frac{\pi}{4}$

C. $\frac{\pi}{3}$　　D. $\frac{\pi}{2}$

二、多项选择题

9. 已知向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1)$，$\boldsymbol{b}=(2,k)$，$\boldsymbol{a}\perp\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}=\boldsymbol{a}-t\boldsymbol{b}$。若$\langle\boldsymbol{a},\boldsymbol{c}\rangle=\langle\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}\rangle$，则 (　　)

A. $|\boldsymbol{a}|=\frac{1}{2}|\boldsymbol{b}|$

B. $\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}=4$

C. $\boldsymbol{b}$ 在 $\boldsymbol{c}$ 方向上的投影向量为 $\boldsymbol{c}$

D. 与 $\boldsymbol{b}$ 反向的单位向量是$\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

10. ［2024·浙江温州模拟］已知 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 是平面内两两不共线的向量，且$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}|=|2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=|\boldsymbol{a}|$，则(　　)

A. $\boldsymbol{c}\perp(\boldsymbol{c}+2\boldsymbol{a})$

B. $(2\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})\perp(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})$

C. $\frac{|\boldsymbol{a}|}{|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|}>\frac{1}{2}$

D. 当 $\lambda<-\frac{1}{2}$时，$\boldsymbol{c}$ 与 $\boldsymbol{a}-\lambda\boldsymbol{c}$ 的夹角为锐角

11. ［2024·山东潍坊二模］已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b},\boldsymbol{c}$ 为平面向量，$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=2$，$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=0$，$|\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}|=\frac{1}{2}$，则 (　　)

A. $1\leqslant|\boldsymbol{c}|\leqslant\frac{3}{2}$

B. $(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a})\cdot(\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b})$的最大值为$\frac{1+2\sqrt{5}}{4}$

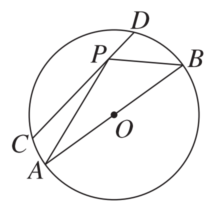
C. $-1\leqslant\boldsymbol{b}\cdot\boldsymbol{c}\leqslant1$

D. 若 $\boldsymbol{c}=\lambda\boldsymbol{a}+\mu\boldsymbol{b}$，则 $\lambda+\mu$ 的最小值为 $1-\frac{\sqrt{5}}{4}$

三、填空题

12. 已知向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足$|\boldsymbol{a}|=1$，$|\boldsymbol{b}|=3$，$\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}=(2,\sqrt{6})$，则$|3\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=$________.

13. 如图，已知圆 O 的半径为 4，AB 是圆 O 的一条直径，C，D 两点均在圆 O 上，$CD=4\sqrt{3}$，点 P 为线段 CD 上的一个动点，则 $\overrightarrow{PA}\cdot\overrightarrow{PB}$ 的取值范围是________.



14. 在△ABC 中，$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}^2$，若 $\boldsymbol{a}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$，$\boldsymbol{b}=\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}+\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$，$\boldsymbol{c}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，则$|\boldsymbol{a}|$，$|\boldsymbol{c}|$，$|\boldsymbol{b}|$的大小关系为____________.

1. ［2023·新课标Ⅰ卷］已知在$\triangle ABC$中，$A+B=3C$，$2\sin(A-C)=\sin B$.

(1)求$\sin A$；

(2)设$AB=5$，求AB边上的高.

2. ［2024·广东茂名一模］在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别是a，b，c，且$b\sin(B+C)=a\sin\dfrac{A+C}{2}$.

(1)求角B的大小；

(2)若D是AC的中点，且$BD=2$，求$\triangle ABC$的面积的最大值.

3. ［2024·湖南衡阳模拟］在$\triangle ABC$中，内角A，B，C的对边分别为a，b，c，已知$a=b\cos C-\dfrac{\sqrt{3}}{3}c\sin B$.

(1)求角B的大小；

(2)过点B作$BD\perp BA$，交AC于点D，且$AD=2DC$，求角C的大小.

4. [2024·新课标Ⅰ卷] 记△ABC 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知 $\sin C=\sqrt{2}\cos B$,$a^2+b^2-c^2=\sqrt{2}ab$.

(1)求 B;

(2)若△ABC 的面积为 $3+\sqrt{3}$,求 c.

5. [2024·江苏南通模拟] 在△ABC 中,内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c,已知 $a=2$,$c^2=\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}-2\sqrt{3}S$,其中 S 为△ABC 的面积.

(1)求角 A 的大小;

(2)设 D 是 BC 的中点,若 $AB\perp AD$,求 AD 的长.

6. 在△ABC 中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,$a\sin^2\frac{B}{2}+b\sin^2\frac{A}{2}=\frac{3ab}{2(a+b+c)}$.

(1)求角 C 的大小;

(2)若△ABC 为锐角三角形,求$\frac{a+b}{c}$的取值范围.

提能特训（一）三角函数与解三角形、平面向量

时间|45 min

一、单项选择题

1. ［2024·吉林长春模拟］已知两个向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$ 满足 $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}=|\boldsymbol{b}|=1$，$|\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b}|=\sqrt{3}$，则 $|\boldsymbol{a}|=$　（　）

A. 1　　B. $\sqrt{2}$

C. $\sqrt{3}$　　D. 2

2. ［2024·全国甲卷］已知 $\dfrac{\cos\alpha}{\cos\alpha-\sin\alpha}=\sqrt{3}$，则 $\tan\left(\alpha+\dfrac{\pi}{4}\right)=$　（　）

A. $2\sqrt{3}+1$　　B. $2\sqrt{3}-1$

C. $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　D. $1-\sqrt{3}$

3. ［2024·天津卷］已知函数 $f(x)=\sin 3\left(\omega x+\dfrac{\pi}{3}\right)$ $(\omega>0)$ 的最小正周期为 π，则函数 $f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{12},\dfrac{\pi}{6}\right]$ 上的最小值是　（　）

A. $-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　　B. $-\dfrac{3}{2}$　　C. 0　　D. $\dfrac{3}{2}$

4. ［2024·湖南衡阳模拟］已知 $\cos\left(\dfrac{\pi}{5}-\alpha\right)=\dfrac{1}{3}$，则 $\sin\left(\dfrac{11\pi}{10}+2\alpha\right)=$　（　）

A. $\dfrac{7}{9}$　　B. $-\dfrac{7}{9}$　　C. $\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$　　D. $-\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$

5. ［2024·新课标Ⅰ卷］当 $x\in[0,2\pi]$ 时，曲线 $y=\sin x$ 与 $y=2\sin\left(3x-\dfrac{\pi}{6}\right)$ 的交点个数为　（　）

A. 3　　B. 4

C. 6　　D. 8

6. ［2024·四川眉山三模］已知向量 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=|\boldsymbol{b}|=1$，$|\boldsymbol{c}|=\sqrt{3}$，且 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}+\boldsymbol{c}=\boldsymbol{0}$，则 $\cos\langle\boldsymbol{a}-\boldsymbol{c},\boldsymbol{b}-\boldsymbol{c}\rangle=$　（　）

A. $\dfrac{13}{14}$　　B. $\dfrac{3\sqrt{3}}{14}$

C. $-\dfrac{3\sqrt{3}}{14}$　　D. $-\dfrac{13}{14}$

7. ［2024·江苏宿迁三模］已知函数 $f(x)=\cos x+\cos\left(x-\dfrac{\pi}{3}\right)+1$，则下列结论正确的是　（　）

A. $f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{4}\right]$ 上单调递增

B. $\left(-\dfrac{\pi}{3},0\right)$ 是 $f(x)$ 图象的一个对称中心

C. $f(x)$ 在 $\left[-\dfrac{2\pi}{3},0\right]$ 上的取值范围为 $\left[-\dfrac{1}{2},\dfrac{5}{2}\right]$

D. 将 $f(x)$ 的图象向右平移 $\dfrac{5\pi}{6}$ 个单位长度，再向下平移一个单位长度，所得图象对应的函数解析式为 $y=\sqrt{3}\cos x$

8. ［2024·辽宁沈阳三模］已知函数 $f(x)=\sqrt{3}\sin\omega x\cos\omega x-\dfrac{1}{2}\sin\left(2\omega x-\dfrac{\pi}{2}\right)$ $(\omega\in\mathbf{R}$，且 $\omega>0)$，$x\in\mathbf{R}$，若函数 $f(x)$ 在区间 $(0,2\pi)$ 上恰有 3 个极大值点，则 ω 的取值范围为　（　）

A. $\left[\dfrac{13}{6},\dfrac{19}{6}\right)$　　B. $\left(\dfrac{13}{6},\dfrac{19}{6}\right]$

C. $\left[\dfrac{13}{12},\dfrac{19}{12}\right)$　　D. $\left(\dfrac{13}{12},\dfrac{19}{12}\right]$

二、多项选择题

9. ［2024·新课标Ⅱ卷］对于函数 $f(x)=\sin 2x$ 和 $g(x)=\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)$，下列说法正确的有　（　）

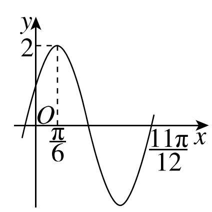
A. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的零点

B. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最大值

C. $f(x)$ 与 $g(x)$ 有相同的最小正周期

D. $f(x)$ 与 $g(x)$ 的图象有相同的对称轴

10. ［2024·广东江门三模］已知函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(\text{其中 } A>0,\omega>0,-\dfrac{\pi}{2}<\varphi<\dfrac{\pi}{2}\right)$ 的部分图象如图所示，则下列结论正确的是　（　）



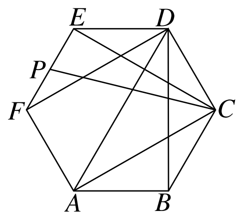
A. $f(x)=2\sin\left(2x+\dfrac{\pi}{6}\right)$

B. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left[k\pi-\dfrac{\pi}{3},k\pi+\dfrac{\pi}{6}\right]$ $(k\in\mathbf{Z})$ 上单调递增

C. 要想得到 $y=2\cos 2x$ 的图象，只需将 $f(x)$ 的图象向左平移 $\dfrac{\pi}{3}$ 个单位长度

D. 函数 $f(x)$ 在区间 $\left[\dfrac{7\pi}{12},\pi\right]$ 上的取值范围是 $[-2,1]$

11. 如图,正六边形 $ABCDEF$ 的边长为 1,点 P 是 $\triangle DEF$ 内部(包括边界)的动点,则 (   )



A. $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{AF}-\frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$

B. $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=\frac{3}{4}$

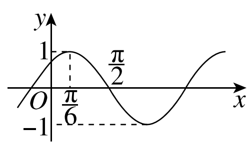
C. 若 P 为 EF 的中点,则 $\overrightarrow{CP}$ 在 $\overrightarrow{EC}$ 上的投影向量为 $-\sqrt{3}\,\overrightarrow{EC}$

D. $|\overrightarrow{FE}+\overrightarrow{FP}|$ 的最大值为 $\sqrt{7}$

三、填空题

12. 已知非零向量 $\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}$ 满足 $|\boldsymbol{a}|=2|\boldsymbol{b}|$,$(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\perp\boldsymbol{b}$,则向量 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{b}$ 的夹角为________.

13. [2024·湖南邵阳三模] 宋朝诗人王镃在《蜻蜓》中写到“轻绡剪翅约秋霜,点水低飞恋野塘”,描绘了蜻蜓点水的情形,蜻蜓点水会使平静的水面形成水波纹,截取其中一段水波纹,其形状可近似于用函数 $f(x)=A\sin(\omega x+\varphi)\left(A>0,\omega>0,|\varphi|<\frac{\pi}{2}\right)$ 的图象(如图所示)来描述,则 $f(x)=$____________.



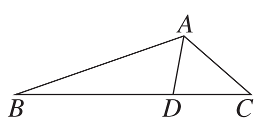
14. [2024·广东肇庆三模] 若函数 $f(x)=\sqrt{3}\cos\omega x-\sin\omega x+1(\omega>0)$ 在 $\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$ 内存在最小值但无最大值,则 ω 的取值范围是________.

四、解答题

15. 如图,在 $\triangle ABC$ 中,点 D 为边 BC 上一点,且满足 $\frac{AD}{AB}=\frac{CD}{BC}$.

(1)求证:$\angle BAC+\angle DAC=\pi$;

(2)若 $AB=2,AC=1,BC=\sqrt{7}$,求 AD 的长度.



16. [2024·山东菏泽三中模拟] 在 $\triangle ABC$ 中,内角 A,B,C 所对的边分别为 a,b,c,且 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\lambda\overrightarrow{AB}^2$.

(1)若 $\lambda=1$,判断 $\triangle ABC$ 的形状;

(2)若 $\lambda=\frac{1}{2}$,求 $\tan(B-A)$ 的最大值.

一、单项选择题

1. 在前 n 项和为 S_n 的等差数列$\{a_n\}$中，若 $S_6-S_3=18$，则 $a_5=$（　）

A. 6　B. 7

C. 8　D. 9

2. ［2024·安徽芜湖三模］设 $a,b,c\in\mathbf{R}$，则"$b^2=ac$"是"b 为 a,c 的等比中项"的（　）

A. 充分不必要条件

B. 必要不充分条件

C. 充要条件

D. 既不充分也不必要条件

3. ［2024·山东菏泽三模］已知$\{a_n\}$是等差数列，$a_1=3$，$a_4=12$，在数列$\{b_n\}$中，$b_1=4$，$b_4=20$，若$\{b_n-a_n\}$是等比数列，则 $b_{2024}=$（　）

A. 6072　B. 2^{2023}

C. $2^{2023}+6072$　D. $2^{2023}-6072$

4. ［2023·全国甲卷］设等比数列$\{a_n\}$的各项均为正数，前 n 项和为 S_n，若 $a_1=1$，$S_5=5S_3-4$，则 $S_4=$（　）

A. $\frac{15}{8}$　B. $\frac{65}{8}$

C. 15　D. 40

5. 已知 S_n 为递增的等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，且$\left\{\frac{S_n}{2n-9}\right\}$为等差数列，则使得 $a_n>0$ 成立的 n 的最小值为（　）

A. 2　B. 3

C. 4　D. 5

6. 在各项均为正数的等比数列$\{a_n\}$中，$a_2>1$，其前 n 项之积为 T_n，且 $T_{20}=T_{10}$，则 T_n 取得最大值时，n 的值为（　）

A. 15　B. 16

C. 29　D. 30

7. 已知数列$\{a_n\}$的通项公式为 $a_n=n^2-2\lambda n(n\in\mathbf{N}^*)$，若对任意的 $k\in\mathbf{N}^*$，当 $n>k$ 时，$a_n>a_k$ 恒成立，则实数 λ 的取值范围是（　）

A. $[1,+\infty)$　B. $(-\infty,1]$

C. $\left(-\infty,\frac{3}{2}\right)$　D. $\left(\frac{3}{2},+\infty\right)$

二、多项选择题

8. 记数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，$S_n=An+B$，A,B 为常数，则下列说法中正确的是（　）

A. 若 $A+B=1$，则 $a_1=1$

B. 若 $A=2$，则 $a_2=2$

C. 存在常数 A,B，使数列$\{a_n\}$是等比数列

D. 对任意常数 A,B，数列$\{a_n\}$都是等差数列

9. 已知等比数列$\{a_n\}$的公比为 q，前 n 项和为 S_n，则（　）

A. $S_{n+1}=S_1+qS_n$

B. 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，$S_n,S_{2n}-S_n,S_{3n}-S_{2n}$ 成等比数列

C. 对任意 $n\in\mathbf{N}^*$，都存在 q，使得 $S_n,2S_{2n},3S_{3n}$ 成等差数列

D. 若 $a_1<0$，则$\{S_{2n-1}\}$为递增数列的充要条件是 $-1<q<0$

三、填空题

10. ［2024·新课标Ⅱ卷］记 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和，若 $a_3+a_4=7$，$3a_2+a_5=5$，则 $S_{10}=$________.

11. [2024·银川三模]已知 S_n 为等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,S_1,S_2,S_4 成等比数列,$S_2=2a_1+2$,当 $6a_n-S_n$ 取得最大值时,$n=$________.

12. [2024·湖南益阳二模]在数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,$a_{n+1}=\frac{5}{2}-\frac{1}{a_n}$,若 $b_n=\frac{1}{a_n-2}$,则数列$\{b_n\}$的前 n 项和 $S_n=$________.

四、解答题

13. [2024·四川遂宁三模]在等比数列$\{a_n\}$中,$a_1=1$,$a_5=4a_3$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)记 S_n 为$\{a_n\}$的前 n 项和,若 $S_m=31$,求 m 的值.

14. [2024·重庆九龙坡区质检]已知 S_n 是等差数列$\{a_n\}$的前 n 项和,$S_5=a_{11}=20$,数列$\{b_n\}$是公比大于 1 的等比数列,且 $b_3^2=b_6$,$b_4-b_2=12$.

(1)求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式;

(2)设 $c_n=\frac{S_n}{b_n}$,求使 c_n 取得最大值时 n 的值.

一、单项选择题

1. ［2024·天津河北区二模］在数列$\{a_n\}$中，若对任意的$n\in\mathbf{N}^*$都满足$\frac{a_{n+2}}{a_{n+1}}-\frac{a_{n+1}}{a_n}=d$（其中$d$为常数），则称数列$\{a_n\}$为等差比数列.在等差比数列$\{a_n\}$中，$a_1=a_2=1,a_3=3$，则$a_5=$（　）

A. 5　　B. 9

C. 15　　D. 105

2. 若数列$\{a_n\}$满足$a_{n+1}=2a_n-1$，则称$\{a_n\}$为"对奇数列".已知各项均为正数的数列$\{b_n+1\}$为"对奇数列"，且$b_1=2$，则$b_{2024}=$（　）

A. 2×3^{2023}　　B. 2^{2023}

C. 2^{2024}　　D. 2^{2025}

3. ［2024·陕西安康模拟］在数列$\{a_n\}$中，$a_n>0,a_1=1,a_2=\sqrt{2}$，若$\forall n\in\mathbf{N}^*$，$a_n^2+a_{n+1}^2+a_{n+2}^2=10$，则$a_{2024}=$（　）

A. $\sqrt{2}$　　B. 1

C. $\sqrt{3}$　　D. $\sqrt{5}$

4. 已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{1}{a_{n+1}}=\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{a_n}+\frac{2}{3}$，且$a_2=\frac{3}{4}$，则$a_{1011}=$（　）

A. $\left(\frac{1}{3}\right)^{1011}$　　B. $\frac{3^{1011}}{1+3^{1011}}$

C. $\frac{3^{1010}}{1+3^{1010}}$　　D. $\left(\frac{1}{3}\right)^{1010}$

5. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1+2a_2+3a_3+\cdots+na_n=2n+1$（$n\in\mathbf{N}^*$），则数列$\left\{\frac{a_n}{n+1}\right\}$的前10项的和为（　）

A. $\frac{20}{11}$　　B. $\frac{11}{6}$

C. $\frac{51}{22}$　　D. $\frac{23}{6}$

6. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$，$a_{n+1}=\begin{cases}a_n-1, n\text{为奇数},\\ 2^n, n\text{为偶数},\end{cases}$则$\sum_{k=1}^{10}a_k=$（　）

A. 511　　B. 677

C. 1021　　D. 2037

7. 数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$且$a_{n+1}=\begin{cases}2a_n, n\text{为奇数},\\ a_n+2, n\text{为偶数},\end{cases}$则$a_{2024}=$（　）

A. 5×2^{1011}　　B. $2^{1013}-2$

C. $3\times2^{1012}-4$　　D. $2^{1012}-4$

二、多项选择题

8. ［2024·昆明一模］在数列$\{a_n\}$中，当$n\geqslant2$时，$a_{n+1}+a_{n-1}=a_1a_n$，记$\{a_n\}$的前n项和为S_n，则下列说法正确的是（　）

A. 若$a_1=1,a_2=2$，则$a_3=1$

B. 若$a_1=1,a_2=2$，则$a_n=a_{n+4}$

C. 若$a_1=2,a_2=3$，则$a_n=n+1$

D. 若$a_1=2,a_2=3$，则$S_{20}=230$

9. 已知数列$\left\{\frac{a_n}{n}\right\}$的首项为1，其前$n$项和为$S_n$，且满足$a_{n+1}=S_n$，$T_n$为数列$\{a_n\}$的前$n$项和，则（　）

A. $a_{n+1}\geqslant a_n$

B. $a_{2024}=1012$

C. $T_n=\frac{n(n+1)}{4}$

D. $\frac{1}{T_1}+\frac{1}{T_2}+\cdots+\frac{1}{T_n}<3$

三、填空题

10. ［2024·河北沧州三模］已知数列$\{a_n\}$满足$\frac{a_na_{n+1}}{2}=4^n$，$a_1=2$，则数列$\{a_n\}$的前n项和为________.

11. 已知数列$\{a_n\}$的前 n 项和为 S_n，且 $a_1=2$，$(n-2)S_{n+1}+2a_{n+1}=nS_n$，则数列$\{a_n\}$的通项公式为________.

12. 在数列$\{a_n\}$中，$a_1=-\frac{3}{4}$，$3(a_{n+1}+1)(a_n+1)=a_n-a_{n+1}$，则 $a_n=$________.

四、解答题

13. 已知数列$\{a_n\}$是等差数列，其前 n 项和为 S_n，$a_2=2$，$S_9=45$，数列$\{b_n\}$满足 $a_1b_1+a_2b_2+\cdots+a_nb_n=(n-1)\cdot 2^n+1$.

(1)求$\{a_n\}$和$\{b_n\}$的通项公式；

(2)在 a_k 与 a_{k+1} 之间插入 b_k 个 2($k\in\mathbf{N}^*$)，组成一个新数列$\{d_n\}$，求数列$\{d_n\}$的前 2024 项和 T_{2024}.

14. 已知数列$\{a_n\}$的奇数项是公差为 $2d(d>0)$的等差数列，偶数项是公比为 $q^2(q>0)$的等比数列，且公差与公比相等，其通项公式为 $a_n=\begin{cases}a_1+(n-1)d, n=2k+1, k\in\mathbf{N}, \\ a_1q^{n-1}, n=2k, k\in\mathbf{N}^*,\end{cases}$ 且 $a_1=1$，$a_1+2a_2=a_3$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式；

(2)若 $b_n=na_n$，求数列$\{b_n\}$的前 $2n$ 项和 T_{2n}.$\left(\text{附：}\sum_{i=1}^{n}i^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}\right)$

1. [2024·江苏苏州模拟]已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=a_n+2n$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)记$b_n=(-1)^n(a_n+n-1)$,求数列$\{b_n\}$的前$2n-1$项和S_{2n-1}.

2. [2023·全国甲卷]记S_n为数列$\{a_n\}$的前n项和,已知$a_2=1$,$2S_n=na_n$.

(1)求$\{a_n\}$的通项公式;

(2)求数列$\left\{\frac{a_{n+1}}{2^n}\right\}$的前$n$项和$T_n$.

3. [2024·福建漳州模拟]已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$a_{n+1}-\frac{S_n}{n}=n+1$,$a_4$为$a_2$,$a_8$的等比中项.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)设T_n为数列$\left\{\frac{1}{a_na_{n+1}}\right\}$的前$n$项和,证明:$T_n\geqslant\frac{1}{8}$.

4. 已知数列$\{a_n\}$满足$a_1=1$,$a_{n+1}=\begin{cases}a_n+1, n\text{ 为奇数},\\ a_n+2, n\text{ 为偶数}.\end{cases}$

(1)记$b_n=a_{2n}$,写出b_1,b_2,并求数列$\{b_n\}$的通项公式;

(2)求$\{a_n\}$的前20项和.

5. [2024·西安模拟] 设S_n为等比数列$\{a_n\}$的前n项和,已知$4a_2$,$2a_3$,a_4成等差数列,且$S_4=8a_2-2$.

(1)求数列$\{a_n\}$的通项公式;

(2)若$b_n=\dfrac{a_n}{(a_n+2)(a_{n+1}+2)}$,且数列$\{b_n\}$的前$n$项和为$T_n$,证明:$\dfrac{1}{12}\leqslant T_n<\dfrac{1}{4}$.

6. [2024·郑州三模] 已知数列$\{a_n\}$的前n项和为S_n,且$a_1=1$,$a_2=3$,$S_{n+1}+S_{n-1}=2(S_n+1)(n\geqslant 2)$.

(1)求S_n;

(2)若$b_n=\dfrac{4n\cos(n+1)\pi}{a_n\cdot a_{n+1}}$,求数列$\{b_n\}$的前1012项和$T_{1012}$.